



НАЗВА КУРСУ

Математичний аналіз. Частина 3.

Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>					
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>					
Спеціальність	<i>122 Комп'ютерні науки</i>					
Освітня програма	<i>Комп'ютерний моніторинг та геометричне моделювання процесів і систем</i>					
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>					
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>					
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>					
Обсяг дисципліни	<i>150/ 5 кредитів</i>					
		Лекції	Практич. занят. (семінари)	Лабор. заняття (комп'ют. практ.)	Індив. заняття	СРС
	Години	36	36	0	0	78
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен	Залік	МКР (вказати кількість)	РР (вказати кількість)	ДКР (вказати кількість)	Реферат (вказати кількість)
	+	-	1	1	0	0
Розклад занять	<i>На сайті університету, також сайті IATE</i>					
Мова викладання	<i>Українська</i>					
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор:					
	<i>Єр'оміна Тетяна Олександрівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук</i>					
	<i>ierominat@ukr.net, https://intellect.kpi.ua/profile/eto3, https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications</i>					
	<i>ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5765-9875</i>					
	Практичні заняття:					
<i>Єр'оміна Тетяна Олександрівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук</i>						
<i>ierominat@ukr.net, http://intellect.kmf.kpi.ua/profile/eto3, https://intellect.kpi.ua/profile/eto3/publications</i>						
<i>ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5765-9875</i>						
<i>Степахно Ірина Василівна, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук</i>						
<i>stir@ukr.net</i>						
<i>ORCID:https://orcid.org/0000-0003-1622-1222</i>						

Розміщення курсу

Визначається лектором відповідної частини курсу (посилання на дистанційний ресурс в Moodle, Google classroom, інформаційні ресурси в бібліотеці університету та на сайті кафедри, тощо) та доводиться до відома студентів на першому занятті

Програма навчальної дисципліни**1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання**

Метою навчальної дисципліни є формування у студентів здатностей використовувати методи вищої математики для оволодіння необхідним математичним апаратом, що допомагає аналізувати, моделювати та розв'язувати прикладні інженерні задачі із застосуванням, де це можливо, обчислювальної техніки.

*Програмні компетентності***Загальні компетентності (ЗК)**

ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

ЗК 6 Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями

ЗК 11 Здатність приймати обґрунтовані рішення

Фахові компетентності (ФК)

ФК 1 Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування

Програмні результати навчання (ПР)

ПР 2 Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Викладається в третьому семестрі на базі повної середньої або середньої професійної освіти першого, другого семестрів.

3. Зміст навчальної дисципліни

1. *Кратні інтеграли*: подвійний, потрійний інтеграл та його застосування.

2. *Криволінійні інтеграли*: Означення криволінійних інтегралів 1-го, 2 –го роду. Загальні властивості криволінійних інтегралів 1-го роду. Обчислення криволінійних інтегралів 2-го роду. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла 2-го роду від шляху інтегрування.

3. *Елементи теорії поля*: Похідна функції, диференціал. Похідні та диференціали вищих порядків, їх застосування. Застосування диференціального числення для дослідження функцій і побудови їх графіків.

4. *Числові та функціональні ряди*: Числові ряди. Ряди з додатними членами. Ознаки порівняння. Ознаки Даламбера та радикальна Коші. Достатні умови збіжності рядів з додатними членами. Функціональні ряди. Степеневі ряди. Інтервал збіжності. Розклад функцій в ряди Тейлора. Обчислення значень функцій, інтегрування функцій та інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів. Ряди Фур'є.

4. Література

1. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: - Навчальний посібник-К.: А.С.К., 1993, 2001.
2. Вища математика: Збірник задач: Навчальний посібник. За редакцією В.П. Дубовика, І.І. Юрика. - К., А.С.К. 2001.
3. Збірник Збірник завдань з вищої математики. Частина 2. Укладачі: Владіміров В.М., Пучков О.А., Шмигевський М.В. - К., Політехніка, 2003.
4. Єрьоміна Т.О. Вища математика. Криволінійні інтеграли та їх застосування [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою 111 «Математика» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології», 142 «Енергетичне машинобудування», 143 «Атомна енергетика», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / І. В. Веригіна, Т. О. Єрьоміна, О. А. Поварова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. - Електронні текстові дані (1 файл: 1.41 Мбайт). - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. - 59 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/56046>
5. Вища математика. Практикум [Електронний ресурс] : навчальний посібник / О. Ю. Дюженкова, М. Є. Дудкін, І. В. Степахно; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 8,04 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 409 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/47504>

Додаткова література

1. Дудкін, М. Є. Вища математика [Електронний ресурс] : підручник для здобувачів ступеня бакалавра за інженерними спеціальностями / М. Є. Дудкін, О. Ю. Дюженкова, І. В. Степахно ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 10,96 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 449 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/51064>
2. Кратні інтеграли. Частина I [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад.: Є. В. Массалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,19 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 45 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32161>
3. Кратні інтеграли. Частина II [Електронний ресурс] : методичні вказівки до вивчення теми дисципліни «Вища математика» для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад.: Є. В. Массалітіна, В. О. Гончаренко, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,03 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 44 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/32163>
4. Кратні інтеграли [Електронний ресурс] : практикум з вищої математики для студентів теплоенергетичного факультету денної та заочної форм навчання / НТУУ «КПІ» ; уклад.: І. В. Веригіна, Є. В. Массалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,49 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 73 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/31901>
5. Розв'язання в полярній системі координат геометричних задач за допомогою визначеного інтеграла [Електронний ресурс] : методичний посібник до вивчення дисципліни «Вища математика» для студентів усіх спеціальностей / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Г. К. Новикова, Є. В. Массалітіна. – Електронні текстові дані (1 файл 3,62 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 70 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/27858>
6. Збірник задач до розрахункових робіт з вищої математики. Збірник завдань [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: А. Л. Гречко, М. Є. Дудкін. – Електронні текстові дані (1 файл: 8,26 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021 – 280 с.

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

5.1. Дидактичні матеріали:

На лекційних заняттях подається теоретичний матеріал, наводяться приклади розв'язування основних тематичних задач. Кожна лекція у вигляді PDF-файлу та відео файлів розміщується в GooleClass, для легкого доступу кожному студенту до лекційного матеріалу. Для покращення засвоєння матеріалу (тобто мотивації студента працювати під час лекції) проводяться тести на основні поняття, щойно пройденого матеріалу. На практичних заняттях студенти закріплюють теоретичний та опрацьовують практичний матеріал, розв'язуючи задачі. Для самостійної роботи та кращого засвоєння матеріалу студентам задаються домашні завдання, індивідуальні та самостійні роботи, розрахункова робота. Перевірка рівня знань та засвоєння матеріалу проводиться за допомогою різноманітних контрольних заходів: тематичні контрольні роботи, тести, експрес-контрольні, виконання та захист розрахункової роботи. Оцінювання таких робіт проводиться у відповідності до положення про рейтингову систему оцінювання успішності студентів з даної дисципліни.

Перелік лекцій

КРАТНІ ІНТЕГРАЛИ

Лекція 1.

1. Подвійний інтеграл та його застосування. Задачі, які приводять до поняття подвійного інтегралу. Геометричний та фізичний зміст:

- a) задача про об'єм циліндричного тіла,**
- b) задача про масу плоскої пластини.**

2. Основні поняття і означення подвійного інтегралу. Властивості подвійного інтегралу. Теорема про оцінку подвійного інтегралу. Теорема про середнє значення функції.

3. Двократні (повторні) інтеграли в прямокутній декартовій системі координат.

Лекція 2.

1. Повторні інтеграли. Зв'язок з подвійним інтегралом.

2. Заміна змінних у подвійному інтегралі

- a) подвійний інтеграл в полярних координатах,**
- b) подвійний інтеграл в узагальненій ПСК(УПСК).**

3. Застосування подвійного інтегралу в геометрії (об'єм циліндричного тіла, площа плоскої фігури, площі поверхні).

4. Застосування подвійного інтегралу в механіці.

Лекція 3.

1. Потрійний інтеграл та його застосування. Задача, що приводить до поняття потрійного інтеграла. Задача про масу матеріального просторового тіла.

2. Означення, умови існування, властивості потрійного інтегралу. Геометричний та механічний зміст.

3. Обчислення потрійного інтегралу в прямокутній декартовій системі координат.

Лекція 4.

1. *Заміна змінних в потрійному інтегралі. Циліндрична та узагальнено-циліндрична системи координат*
2. *Потрійний інтеграл у сферичній системі координат. Узагальнена сферична система координат.*
3. *Застосування потрійних інтегралів у геометрії та механіці.*

Спеціальні глави вищої математики. Елементи теорії поля

Лекція 5.

1. *Основні поняття теорії поля.*
2. *Скалярне поле: поверхні та лінії рівня, похідна за напрямком, градієнт та його властивості;*
3. *Векторне поле: векторні лінії, векторна трубка.*

КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

Лекція 6.

1. *Криволінійні інтеграли I роду та їх застосування. Задача про масу зігнутого стержня.*
2. *Криволінійні інтеграли I роду (по довжині дуги): означення, властивості, теорема існування.*
3. *Обчислення криволінійних інтегралів I роду.*
4. *Застосування криволінійних інтегралів I роду.*

Лекція 7.

1. *Криволінійні інтеграли II роду та їх застосування. Означення, достатні умови існування.*
2. *Деякі властивості криволінійного інтеграла II роду.*
3. *Задача про роботу силового поля.*
4. *Обчислення криволінійного інтеграла II роду.*

Лекція 8.

1. *Формула Гріна.*
2. *Обчислення площі плоскої фігури.*
3. *Незалежність криволінійного інтегралу II роду від шляху інтегрування.*
4. *Інтегрування повних диференціалів.*
5. *Потенціальні векторні поля.*

РЯДИ

Лекція 9. Числові ряди.

1. *Основні поняття та означення, геометричний та гармонічний ряди.*
2. *Властивості числових рядів. Необхідна умова збіжності.*
3. *Знакододатні ряди. Достатні умови збіжності: знаки порівняння та ознака Даламбера.*

Лекція 10.

1. Радикальна ознака Коші.
2. Інтегральна ознака Коші. Узагальнено гармонійний ряд (ряд Діріхле).

Лекція 11.

1. Знакопочергові ряди. Ознака Лейбніца.
2. Знакозмінні ряди. Теорема про абсолютну збіжність. Властивості знакозмінних рядів.

Лекція 12. Функціональні ряди.

1. Означення функціонального ряду. Область збіжності. Рівномірна збіжність.
2. Правильна збіжність. Ознака Вейєрштраса.
3. Теорема про неперервність суми функціонального ряду. Теорема про почленне інтегрування і диференціювання функціональних рядів.

Лекція 13. Степеневі ряди.

1. Перша теорема Абеля. Інтервал і радіус збіжності степеневого ряду.
2. Друга теорема Абеля. Властивості степеневих рядів.

Лекція 14. Ряд Тейлора.

1. Теорема про єдиність розкладу функції в степеневий ряд.
2. Необхідна і достатня умова розкладу функції в ряд Тейлора. Достатня умова збіжності.
3. Розклад в степеневі ряди функцій e^x , $\sin x$, $\ln(1+x)$.

Лекція 15.

1. Обчислення тригонометричних функцій і логарифмів.
2. Розклад в степеневий ряд функції $(1+x)^\alpha$. Обчислення коренів.
3. Наближене обчислення інтегралів. Наближене інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.

Лекція 16. Тригонометричні ряди

1. Ортогональні системи функцій. Ряди Фур'є. Формули для коефіцієнтів ряду Фур'є.
2. Ознаки збіжності рядів Фур'є. Приклади на розклад функцій в ряди Фур'є.
3. Розклад в ряди Фур'є парних і непарних функцій.

Лекція 17.

Розклад в ряди Фур'є функцій з будь-яким періодом і функцій, заданих на скінченному інтервалі.

Лекція 18. Оглядова лекція.

Перелік (орієнтовно) практичних занять

КРАТНІ ІНТЕГРАЛИ

Практика 1. Повторні та подвійні інтеграли.

1. Основні поняття та властивості повторного інтегралу.
2. Обчислення повторних інтегралів.
3. Зв'язок подвійного та повторних інтегралів. Обчислення подвійного інтегралу в декартових координатах.

Практика 2.

1. Заміна змінних в подвійному інтегралі. Полярна система координат.
2. Застосування подвійного інтегралу. Об'єм циліндричного тіла.

РР-3 "Кратні інтеграли".

Практика 3.

1. Застосування подвійного інтегралу.
2. Потрійний інтеграл. Зміна меж інтегрування.

Практика 4.

1. Обчислення потрійного інтегралу в циліндричних та сферичних координатах
2. Застосування кратних інтегралів.

Захист РР-3.

Спеціальні глави вищої математики. Елементи теорії поля

Практика 5.

1. Скалярне поле. Похідна за напрямом вектора.
2. Градієнт.

КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

Практика 6.

1. Обчислення Криволінійних інтегралів I роду, якщо крива задана явно, параметрично та в полярній системі координат.
2. Застосування кривоінійних інтегралів I роду.

Практика 7.

1. Обчислення кривоінійних інтегралів II роду: крива задана явно, параметрично.
2. Незалежність від шляху інтегрування кривоінійних інтегралів II роду.

Практика 8.

1. Формула Гріна.
2. Інтегрування повних диференціалів.

Практика 9. МКР-3 частина 1 "Криволінійні інтеграли".

РЯДИ

Практика 10. Числові ряди.

1. Основні поняття. Необхідна умова збіжності числового ряду. Сума ряду. Геометричний ряд.
2. Знакододатні ряди. Достатні умови збіжності: ознаки порівняння.

Практика 11.

Достатні умови збіжності знакододатних рядів.

1. Ознака Даламбера
2. Радикальна ознака Коші.

Практика 12.

1. Знакопочергові ряди. Ознака Лейбніца.
2. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність

Практика 13. Функціональні ряди

1. Область збіжності. Рівномірна збіжність.
2. Ознака Вейєрштрасса.
3. Почленне інтегрування і диференціювання функціональних рядів.

Практика 14. Степеневі ряди.

1. Теорема Абеля. Інтервал і радіус збіжності степеневого ряду.
2. Обчислення суми степеневого ряду.

Практика 15. Ряд Тейлора.

1. Розкладу функції в степеневий ряд. Ряд Тейлора та Маклорена.
2. Наближене обчислення інтегралів.
3. Наближене інтегрування диференціальних рівнянь за допомогою степеневих рядів.

Практика 16. Ряд Фур'є.

1. Формули для коефіцієнтів ряду Фур'є.
2. Розклад в ряди Фур'є парних і непарних функцій.

Практика 17.

Розклад в ряди Фур'є функцій з будь-яким періодом і функцій, заданих на скінченному інтервалі.

Практика 18. МКР-3 частина 2 "Числові та функціональні ряди".

5.2. Технічне забезпечення: Microsoft Office Word, Google Class, IDroo, Whiteboard, Zoom, Moodle, будь яке програмне забезпечення для виконання графічного матеріалу (за бажанням студента).

6. Самостійна робота студента

Види самостійної роботи – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до аудиторних занять, розв'язок задач, виконання розрахункової роботи.

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Заняття проводяться онлайн згідно розкладу. Відвідування занять не є обов'язковим, проте студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки робота протягом семестру в групі з викладачем є більш якісною, крім того студент може отримати відповідь у викладача на проблемні запитання під час заняття та розвинути потрібні уміння й навички, що передбачені в глобальному розумінні вивчення курсу «Математичний аналіз. Частина 3. Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли, гармонічний аналіз», та є основною метою навчання в цілому. Якщо студент не відвідує заняття, але завдання виконує, викладач може провести усну співбесіду, щоб уникнути порушення академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділи 2 та 3). Співпраця студентів у розв'язанні проблемних завдань дозволена, але відповіді кожний студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час заліку категорично забороняється і будь-яка така діяльність буде вважатися порушенням академічної доброчесності, згідно принципів університету щодо академічної доброчесності.

Для покращення зв'язку студента та викладача всі лекційні матеріали (PDF – файли та відео-запис лекцій), розміщуються в GoogleClass.

8. Види контролю навчання студентів

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття (усній або тестовій формі), самостійні роботи, розрахункова робота, модульна контрольна робота.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр, як моніторинг поточного стану виконання студентом завдань з лекційної та практичної частин курсу на час атестації. Якщо по кожному з видів завдань виконано 50% від максимально можливого на час атестації, студент вважається атестованим. В іншому випадку в атестаційній відомості виставляється «не атестовано».

Семестровий контроль: екзамен.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус) складено:

- Доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук *Єрьоміна Тетяна Олександрівна*;
- *Степахно Ірина Василівна*, доцент кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ, канд. фіз.-мат. наук

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 9 від 25.06.2025р.).

Погоджено Методичною комісією ІАТЕ (протокол № 8 від 27.06.2025р.).

Питання, що виносяться на модульну контрольну роботу

1. Поняття числового ряду. Часткова сума, залишок ряду. Сума ряду. Збіжність і розбіжність ряду.
2. Основні властивості збіжних числових рядів.
3. Необхідна умова збіжності числового ряду. Необхідна та достатня умова збіжності числового ряду (критерій Коші).
4. Ознака д'Аламбера.
5. Радикальна ознака Коші.
6. Інтегральна ознака Коші.
7. Перша теорема порівняння.
8. Друга теорема порівняння
9. Ряди, в яких знаки членів строго чергуються.. Теорема Лейбніца. Наслідок
10. Поняття абсолютної та умовної збіжності. Теорема про абсолютну збіжність.
11. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.
12. Функціональний ряд. Рівномірна збіжність. Теорема Вейерштрасса.
13. Теорема про неперервність суми функціонального ряду.
14. Теорема про почленне інтегрування функціонального ряду.
15. Теорема про почленне диференціювання функціонального ряду.
16. Степеневий ряд. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду.
17. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду. Теорема про неперервність суми степеневого ряду.
18. Теореми про почленне диференціювання та інтегрування степеневого ряду.
19. Теорема про необхідну та достатню умову розкладання функції у ряд Тейлора.
20. Теорема про достатню умову розкладання функції у ряд Тейлора.
21. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
22. Теорема про достатню умову подання функції через її ряд Фур'є.
23. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.
24. Ряд Фур'є для $2l$ - періодичної функції.
25. Ряд Фур'є для неперіодичної функції, заданої на півперіоді.

Додаток Б

Теоретичні питання, які виносяться на кзамен

Кратні інтеграли.

1. Задачі, які приводять до поняття подвійного інтегралу.
2. Подвійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
3. Обчислення подвійного інтеграла в декартовій системі координат.
4. Обчислення подвійного інтеграла в полярній системі координат.
5. Заміна змінних в подвійному інтегралі.
6. Обчислення координат центра мас та моментів інерції плоскої фігури.
7. Геометричне використання подвійного інтегралу.
8. Задача, що приводить до поняття потрійного інтегралу.
9. Потрійний інтеграл: означення, існування та основні властивості.
10. Потрійний інтеграл в декартовій системі координат і його обчислення.
11. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в циліндричній системі координат.

12. Заміна змінної в потрійному інтегралі. Обчислення потрійного інтеграла в сферичній системі координат.
13. Координати центра мас та моменти інерції просторової області.

Криволінійні інтеграли.

1. Криволінійний інтеграл 1-го роду. Означення, властивості і фізичний зміст.
2. Криволінійний інтеграл 2-го роду його означення, властивості і фізичний зміст.
3. Обчислення криволінійних інтегралів 1-го роду.
4. Обчислення криволінійного інтегралів 2-го роду.
5. Формула Гріна .
6. Умови незалежності криволінійного інтеграла від форми шляху інтегрування.
7. Скалярне поле. Похідна за напрямком. Означення, властивості, обчислення.
8. Градієнт, його властивості. Інваріантне означення градієнту.
9. Векторне поле. Векторні лінії векторного поля. Означення та виведення їх рівнянь.
10. Потенціальне поле. Умови потенційності. Потенціал та його знаходження.

Числові та функціональні ряди

1. Поняття числового ряду. Часткова сума, залишок ряду. Сума ряду. Збіжність і розбіжність ряду.
2. Основні властивості збіжних числових рядів.
3. Необхідна умова збіжності числового ряду. Необхідна та достатня умова збіжності числового ряду (критерій Коші).
4. Ознака д'Аламбера.
5. Радикальна ознака Коші.
6. Інтегральна ознака Коші.
7. Перша теорема порівняння.
8. Друга теорема порівняння
9. Ряди, в яких знаки членів строго чергуються.. Теорема Лейбніца. Наслідок
10. Поняття абсолютної та умовної збіжності. Теорема про абсолютну збіжність.
11. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.
12. Функціональний ряд. Рівномірна збіжність. Теорема Вейерштрасса.
13. Теорема про неперервність суми функціонального ряду.
14. Теорема про почленне інтегрування функціонального ряду.
15. Теорема про почленне диференціювання функціонального ряду.
16. Степеневий ряд. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневого ряду.
17. Теорема про рівномірну збіжність степеневого ряду. Теорема про неперервність суми степеневого ряду.
18. Теореми про почленне диференціювання та інтегрування степеневого ряду.
19. Теорема про необхідну та достатню умову розкладання функції у ряд Тейлора.
20. Теорема про достатню умову розкладання функції у ряд Тейлора.
21. Тригонометричний ряд Фур'є. Коефіцієнти Фур'є.
22. Теорема про достатню умову подання функції через її ряд Фур'є.
23. Ряд Фур'є для парних і непарних функцій.
24. Ряд Фур'є для $2l$ - періодичної функції, $l \in \mathbb{Z}$.
25. Ряд Фур'є для неперіодичної функції, заданої на півперіоді.

Приклад завдання РР/РГР

1. Звести подвійний інтеграл $\iint_D f(x, y) dx dy$ до повторного двома способами, якщо область D обмежена лініями: $x + y = 3$, $y = (x - 1)^2$.
2. Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D 18xy dx dy$ двома способами, якщо область D обмежена лініями: $y = 0$, $y = 3x$, $y = 4 - x$.
3. Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D x^2 \cos \frac{xy}{2} dx dy$, якщо область D обмежена лініями: $y = 0$, $x = \sqrt{2\pi}$, $x = 2y$.
4. Знайти площу області D , яка задається нерівностями:
 $\rho \leq 4$, $\rho \geq 4(1 - \cos \varphi)$.
5. Знайти масу плоскої пластини $D: \{y = 4\sqrt{x}, y = \frac{4}{x^2}, x = 2\}$,
поверхнева густина якої $\mu(x, y) = x^4 y$.
6. Знайти масу плоскої пластини $D: \{1 \leq 4x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, x \leq 0\}$,
поверхнева густина якої $\mu(x, y) = \frac{y}{4x^2 + y^2}$.
7. Обчислити потрійний інтеграл $\iiint_V (16x + 2) dx dy dz$, якщо область
обмежена поверхнями: $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$.
8. Знайти масу тіла, яке займає область
 $V: x^2 + y^2 + z^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$ ($z \geq 0$, всередині циліндра)
та густина якого $\mu(x, y) = 4z$.
9. Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями:
 $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y = 2$, $y = \sqrt{1 - z}$. Зробити схематичний
рисунок.
10. Знайти об'єм тіла, обмеженого поверхнями:
 $\sigma_1: x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $\sigma_2: z^2 = 3(x^2 + y^2)$, $z \geq 0$, використовуючи:
а) перехід до циліндричних координат;
б) перехід до сферичних координат.

Рейтингова система оцінки успішності студентів

Рейтинг студента з навчальної дисципліни розраховується зі 100 балів.

Семестровий рейтинг (50 балів) та екзаменаційний рейтинг (50 балів).

Лектор на першому та останньому занятті повідомляє студентів про план роботи в семестрі. Відео-пояснення плану роботи, розміщуються в GoogleClass.

1. Семестровий рейтинг (протягом семестру) складається з балів, що студент отримує на **практичних заняттях, розподілення балів відбувається за баченням викладача з практики.**

Рекомендовані види робіт для оцінювання балами:

– *робота підчас заняття* (відповіді на заняттях, самостійні роботи, тести в Moodle або GoogleClass) для перевірки вміння студента застосувати теоретичні знання до розв'язування прикладних задач;

– *виконання модульної контрольної роботи*, яка може бути поділена на частини за основним розділами курсу (на думку викладача). Бали між частинами модульної контрольної роботи розподіляються в залежності від кількості та складності завдань (на думку викладача).

– *виконання та захист розрахункової роботи*, яка може бути поділена на частини за основним розділами курсу (на думку викладача).

Студент повинен здати розрахункову роботу не пізніше ніж за тиждень до екзамену, щоб викладач зміг перевірити цю роботу і студент мав змогу її захистити. Якщо студент не виконує цю вимогу, то він до екзамену не допущений (оскільки не виконується одна з умов допуску до екзамену).

Загальна система оцінювання виконаних студентом завдань:

– «відмінно» – повна відповідь (не менше 95% потрібної інформації);

– «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними неточностями;

– «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки;

– «незадовільно» – немає правильної ідеї розв'язання задачі або задача не розв'язана зовсім.

2. Екзамен. Екзаменаційний рейтинг – 50 балів.

Умови допуску до екзамену: 60% оцінки за МКР, зарахована розрахункова робота, семестровий рейтинг не менше 30 балів, зараховні (виконані на 60%) всі роботи семестру.

Якщо студент отримав допуск до екзамену та протягом семестру виконав вчасно та на $\geq 60\%$ завдання лекційного курсу: *конспект лекцій* (основні означення, теореми, властивості (без доведення)), *самостійні роботи*, то йому пропонується оцінка.

Якщо студент не погоджується із запропонованою оцінкою, або оцінка не виходить 60 балів, то він пише екзаменаційну роботу.

Екзаменаційна робота складається з 2 теоретичних запитань та 3 практичних завдань. Всі завдання оцінюються по 10 балів. *Екзамен відбувається усно в режимі відеозв'язку згідно з розкладом.* Для більш об'єктивної оцінки рівня підготовки студента екзаменаторові надається право задавати додаткові питання в межах навчальної програми.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено